Лекция 1 «Основы теплообмена. Температурное поле. Температурный градиент. Основной закон теплопроводности. Дифференциальное уравнение теплопроводности. Теплопроводности плоской стенки при стационарном режиме. Теплопроводности цилиндрической стенки»

Цель: Приведите основы теплообмена. Дайте характеристику температурному полю. Дайте определение температурного градиента. Опишите основной закон теплопроводности. Напишите дифференциальное уравнение теплопроводности. Опишите теплопроводность плоской стенки при стационарном режиме. Охарактеризуйте теплопроводность цилиндрической стенки.

Краткий конспект лекции: ***Основы теплообмена.*** Перенос энергии в форме тепла, происходящий между телами, имеющими различную температуру, называется *теплообменом*. Движущей силой любого переноса теплообмена является разность температур более нагретого и менее нагретого тел, при наличии которой тепло самопроизвольно, в соответствии со вторым законом термодинамики, переходит от более нагретого к менее нагретому телу. Теплообмен между телами представляет собой обмен энергией между молекулами, атомами и свободными электронами: в результате теплообмена интенсивность движения частиц более нагретого тела снижается, а менее нагретого – возрастает. Тела, участвующие в теплообмене, называются *теплоносителями*.

Теплопередача – наука о процессах распространения тепла. Законы теплопередачи лежат в основе тепловых процессов – нагревания, охлаждения, конденсации паров, выпаривания – и имеют большое значение для проведения многих массообменных (процессы перегонки, сушки и др.), а также химических процессов, протекающих с подводом или отводом тепла.

Различают три способа распространения тепла: *теплопроводность, конвекцию* и *лучеиспускание*.

Теплопроводностью называется процесс переноса тепловой энергии путём непосредственного соприкосновения между частицами тела с различной температурой.

Конвекцией называется процесс переноса теплоты путём перемещения и перемешивания между собой частиц жидкости или газа. Перенос теплоты конвекцией всегда сопровождается теплопроводностью, так как при этом осуществляется непосредственный контакт частиц с различной температурой. Одновременный перенос теплоты конвекцией и теплопроводностью называют конвективным теплообменом; он может быть свободным и вынужденным.

Если движение тела вызвано искусственно (компрессором, вентилятором, мешалкой и др.), то такой конвективный теплообмен называют *вынужденным*. Если же движение рабочего тела, возникает под влиянием разности плотностей отдельных частей жидкости от нагревания, то такой теплообмен называют *свободным*.

Лучеиспусканием (излучением) называется процесс переноса энергии в виде электромагнитных волн. Все три способа теплообмена возникают при наличии разности температур отдельных частей тела, либо нескольких тел. Эта разность температур является той движущей силой, под действием которой происходит перенос теплоты [1-3].

Температурное поле. Температурный градиент

К числу основных задач теории теплообмена относится установление зависимости между тепловым потоком и распределением температур в средах. Совокупность мгновенных значений любой величины во всех точках данной среды (тела) называется полем этой величины. Соответственно совокупность значений температур в данный момент времени для всех точек рассматриваемой среды называется температурным полем.

В наиболее общем случае температура в данной точке t зависит от координат точки (x, y, z) и изменяется во времени τ, т.е. температурное поле выражается функцией вида:

$$t = f(x, y, z, \tau) \tag{1}$$

Это зависимость представляет собой уравнение неустановившегося (нестационарного) температурного поля.

Если температура тела есть функция только координат и не изменяется с течением времени, то температурное поле будет стационарным (установившимся)

$$t = f(x, y, z); \quad \frac{\partial t}{\partial \tau} = 0. \tag{2}$$

В отличие от температуры, которая является скалярной величиной, тепловой поток, связанный с направлением переноса тепла, представляет собой векторную величину.

Температура в теле может изменяться в направлении одной, двух и трёх координатных осей. В соответствии с этим температурное поле может быть одно-, двух- и трёхмерным.

Одномерной, например, является задача о переносе теплоты в стенке, у которой длина и ширина бесконечно велики по сравнению с толщиной. Для этого случая уравнение температурного поля для нестационарного режима

$$t = f(x, \tau); \quad \frac{\partial t}{\partial y} = \frac{\partial t}{\partial z} = 0. \tag{3}$$

Для стационарного режима

$$t = f(x); \ \frac{\partial t}{\partial \tau} = 0 \ и \ \frac{\partial t}{\partial y} = \frac{\partial t}{\partial z} = 0. \tag{4}$$

При любом температурном поле в теле всегда имеются точки с одинаковой температурой. Если соединить точки тела с одинаковой температурой, то получим изотермические поверхности, которые между собой никогда не пересекаются. Они либо замыкаются на себя, либо кончаются на границах тела. Следовательно, температура в теле изменяется лишь в направлении, пересекающем изотермы.

Пусть разность температур между двумя близлежащими изотермическими поверхностями составляет Δt (рис. 1). Кратчайшим расстоянием между этими поверхностями является расстояние по нормали Δn. При сближении указанных поверхностей отклонение $\Delta t/\Delta n$ стремится к пределу

$$\lim\left(\frac{\Delta t}{\Delta n}\right)_{\Delta n\to 0} = \frac{\partial t}{\partial n} = \text{grad } t \tag{5}$$

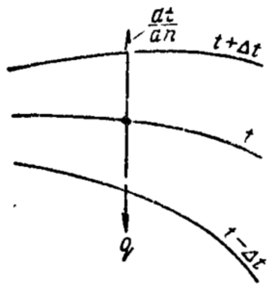

Рис. 1. К определению температурного градиента к выражению закона Фурье

Производная температуры по нормали к изотермической поверхности называется температурным градиентом. Этот градиент является вектором, направление которого соответствует повышению температуры. Перемещение тепла происходит по линии температурного градиента, но направлено в сторону, противоположную этому градиенту: $q \sim$ *(dt/dn)* [2,3].

Основной закон теплопроводности

Условием передачи теплоты путём теплопроводности является наличие разности температур в различных точках тела.

Основным законом передачи тепла теплопроводностью является закон Фурье, согласно которому количество тепла dQ, передаваемого посредством теплопроводности через элемент поверхности dF, перпендикулярный тепловому потоку, за время $d\tau$ прямо пропорционально температурному градиенту, поверхности и времени:

$$dQ = -\lambda \frac{\partial t}{\partial n} dF d\tau \tag{6}$$

или количеством тепла, передаваемого через единицу поверхности в единицу времени

$$q = \frac{Q}{F\tau} = -\lambda \frac{\partial t}{\partial n} \tag{7}$$

Величина q называется плотностью теплового потока.

Знак минус, стоящий перед правой частью уравнений (6) и (7) указывает на то, что тепло перемещается в сторону падения температуры.

Коэффициент пропорциональности λ в уравнениях (6) и (7) называется коэффициентом теплопроводности. Он характеризует собой способность вещества проводить тепло. Размерность λ находится из уравнения (6)

$$[\lambda] = \left[\frac{dQ\partial n}{dF\partial \tau}\right] = \left[\frac{Дж\cdot м}{м^2\cdot с\cdot К}\right] = \left[\frac{Вт}{м\cdot К}\right] \tag{8}$$

При выражении Q в *ккал/ч*

$$[\lambda] = \left[\frac{dQ\partial n}{dF\partial\tau}\right] = \left[\frac{ккал\cdot м}{м^2\cdot ч\cdot K}\right] = \left[\frac{ккал}{м\cdot ч\cdot K}\right] \quad (9)$$

Таким образом, коэффициент теплопроводности показывает, какое количество тепла проходит вследствие теплопроводности в единицу времени через единицу поверхности теплообмена при падении температуры на 1 градус на единицу длины нормали к изотермической поверхности.

Величина λ, характеризующая способность тела проводить тепло путем теплопроводности, зависит от природы вещества, его структуры, температуры и некоторых других факторов.

Дифференциальное уравнение теплопроводности

Из уравнения (10) распределение температуры можно определить только для тел простой конфигурации – пластина, трубы. В общем случае это распределение можно получить лишь в результате решения специального дифференциального уравнения теплопроводности. Это уравнение выводится на основе закона сохранения энергии с привлечением метода математической физики. Без вывода:

$$\frac{\partial\theta}{\partial\tau} = \frac{\lambda}{c_p\rho}\left(\frac{\partial^2\theta}{\partial x^2} + \frac{\partial^2\theta}{\partial y^2} + \frac{\partial^2\theta}{\partial z^2}\right) = a\left(\frac{\partial^2\theta}{\partial x^2} + \frac{\partial^2\theta}{\partial y^2} + \frac{\partial^2\theta}{\partial z^2}\right) \quad (10)$$

где а = λ/cρ, называется коэффициентом температуропроводности, $м^2$/сек, равная отношению коэффициента теплопроводности к объёмной удельной теплоёмкости вещества и является мерой быстроты выравнивания температурного поля.

Он характеризует теплоинерционные свойства тела: при прочих равных условиях быстрее нагревается или охлаждается то тело, которое обладает большим коэффициентом температуропроводности. Уравнение (10), описывающее пространственное и временное изменение температуры, относится к неустановившимся процессам теплопроводности. Для установившихся процессов dθ/dτ = 0, и уравнение теплопроводности принимает тогда более простой вид:

$$\frac{\partial^2\theta}{\partial x^2} + \frac{\partial^2\theta}{\partial y^2} + \frac{\partial^2\theta}{\partial z^2} = 0 \quad (11)$$

Уравнения (10) и (11) предполагают одновременное изменение температур тела по направлениям всех трёх осей координат, поэтому их часто называют уравнениями трёхмерных температурных полей.

Уравнение теплопроводности плоской стенки

Рассмотрим передачу тепла теплопроводностью через плоскую стенку толщиной δ с коэффициентом теплопроводности материала стенки λ (рис. 2). Температура изменяется только в направлении оси x. Температура на наружных поверхностях поддерживается постоянной t_{cm_1}и t_{cm_2}.

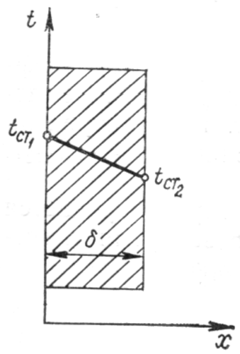

Рис. 2. К выводу уравнения теплопроводности плоской стенки

При этих условиях количество теплоты, которое передаётся теплопроводностью через поверхность стенки F за время τ, согласно закону Фурье:

$$Q = -\lambda F \frac{dt}{dx} \tag{12}$$

Разделив переменные, получим

$$dt = -\frac{Q}{\lambda F} dx \tag{13}$$

Интегрируя уравнение (13) при условии Q = *const*, находим

$$t = -\frac{Q}{\lambda F} x + c \tag{14}$$

Постоянная интегрирования *c* определяется из граничных условий:
при $x = 0$, $t = t_{cm_1} = c$;
при $x = \delta$, $t = t_{cm_2} = -\frac{Q}{\lambda F}\delta + t_{cm_1}$, откуда

$$Q = \frac{\lambda}{\delta} F\left(t_{cm_1} - t_{cm_2}\right), \text{Вт} \tag{15}$$

Уравнение (15) может быть использовано для расчета и в таком виде:

$$Q = \frac{\lambda}{\delta} F\left(t_{cm_1} - t_{cm_2}\right)\tau, \text{Дж (ккал)} \tag{16}$$

Расчётная формула теплопроводности для установившегося теплового потока через многослойную плоскую стенку выводится из уравнения теплопроводности для отдельных слоёв. В общем виде уравнение имеет вид:

$$Q = \frac{\left(t_{cm_1} - t_{cm_2}\right)F}{\frac{\delta_1}{\lambda_1} + \frac{\delta_2}{\lambda_2} + \cdots + \frac{\delta_n}{\lambda_n}}, \text{Вт} \tag{17}$$

где δ_1 – толщина первого слоя, δ_2 – толщина второго слоя и δ_n – толщина n-го слоя стенки; соответственно коэффициенты теплопроводности слоев равны $\lambda_1, \lambda_2, \cdots, \lambda_n$; t_{cm_1}и t_{cm_2} – температуры наружных поверхностей стенки [2,3].

Уравнение теплопроводности цилиндрической стенки

Рассмотрим однородную цилиндрическую стенку длиной l с внутренним диаметром d_1 и внешним диаметром d_2. Коэффициент теплопроводности материала постоянен и равен λ. Внутренняя температура t_1 и внешняя t_2 поддерживаются постоянными, причём $t_1 > t_2$ (рис. 3). Температура изменяется только в радиальном направлении.

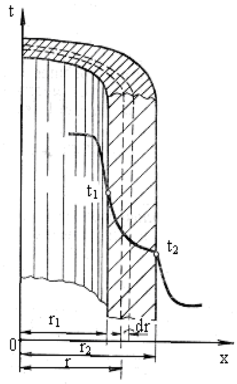

Рис. 3. К выводу уравнения теплопроводности однослойной цилиндрической стенки

Выделим в стенке кольцевой слой с радиусом r и толщиной dr. Согласно закону Фурье, количество тепла, проходящего через такой слой, равно

$$Q = -\lambda F \frac{dt}{dr} = -\lambda 2\pi r l \frac{dt}{dr} \qquad (18)$$

Разделив переменные, получим

$$dt = -\frac{Q}{2\pi\lambda l} \cdot \frac{dr}{r} \qquad (19)$$

Интегрируя уравнение (19) в пределах от t_1 до t_2 и от r_1 и r_2, (при λ = const), получим

$$\int_{t_1}^{t_2} dt = -\int_{r_1}^{r_2} \frac{Q}{2\pi\lambda l} \cdot \frac{dr}{r} \qquad (20)$$

или

$$t_1 - t_2 = \frac{Q}{2\pi\lambda l} \cdot ln\frac{r_2}{r_1}, \qquad (21)$$

откуда

$$Q = \frac{l(t_1 - t_2)}{\frac{1}{2\pi\lambda} ln\frac{d_2}{d_1}}, \text{ W} \qquad (22)$$

Выражение (23) является уравнением теплопроводности однородной цилиндрической стенки для установившегося теплового потока.

По аналогии с выводом, приведенным для однослойной стенки, для цилиндрической стенки, состоящей из n слоев, количество тепла, передаваемое путем теплопроводности, составляет

$$Q = \frac{2\pi l(t_1 - t_2)}{\frac{1}{\lambda_1} ln\frac{d_2}{d_1} + \frac{1}{\lambda_2} ln\frac{d_3}{d_2} + \frac{1}{\lambda_3} ln\frac{d_4}{d_3} + \cdots}, \qquad (23)$$

где d_1 и d_2, d_2 и d_3, d_3 и d_4 и т.д. – внутренний и наружный диаметры каждого цилиндрического слоя [2, 3].

Вопросы для самоконтроля:

1. Какие виды способа распространения тепла различают?
2. Каков тепловой баланс в теплообменниках?
3. Дайте определение изотермической поверхности.
4. Что такое температурное поле?
5. Дайте определение температурному градиенту.
6. Приведите закон Фурье и объясните физический смысл коэффициента теплопроводности.
7. Выведите уравнение теплопроводности для плоской стенки.
8. Какое термическое сопротивление стены? Какова его размерность?
9. В чем причина разного распределения температуры по толщине плоской и цилиндрической стенок?
10. Выведите уравнение теплопроводности для цилиндрической стенки.

Литература

1. Лекции по курсу «Основные процессы и аппараты химической технологии»: учебно-методическое пособие / составители: Ж.Т. Ешова, Д.Н. Акбаева. – Алматы: Қазақ университеті, 2017. – 392 с. – 40 экз.
2. Касаткин А.Г. Основные процессы и аппараты химической технологии. – М.: Химия, 1973. – 752 с.
3. Романков П.Г., Фролов В.Ф., Флисюк О.М. Методы расчёта процессов и аппаратов химической технологии (примеры и задачи). – Санкт-Петербург: ХИМИЗДАТ, 2009. – 544 с.